ИЗМЕНЕНИЕ ЕМКОСТИ РОБЭНА ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОБЛАСТИ[1]

Камышова Г.Н.

Саратовский государственный университет

Обозначим через Ω конечносвязную область расширенной комплексной плоскости $\overline{C}$, содержащую ∞ и ограниченную гладкими жордановыми кривыми Γ_1, ..., Γ_n. Пусть A, B – произвольные замкнутые связные подмножества, $\partial\Omega = A \cup B$. Пусть, далее, C_r – достаточно большая окружность $|z| = r$ в Ω, окружающая всю границу, и Ω_r – часть Ω, лежащая в C_r. Через $\lambda(A, C_r)$ обозначим экстремальную длину семейства кривых в Ω_r, соединяющих A и C_r.

Как известно, емкостью Робэна множества A относительно Ω называется величина $\delta(A) = \exp - \varrho(A)$, где $\varrho(A) = \lim_{r\to\infty}[2\pi\lambda(A, C_r) - \log r]$. В случае $A = \partial\Omega$ емкость Робэна множества A совпадает с логарифмической емкостью (трансфинитным диаметром) $d(A)$.

Емкость Робэна является величиной, инвариантной относительно конформных отображений функциями f, представимыми в виде

$$f(z) = z + b_0 + b_1 z^{-1} + \dots \tag{1}$$

В работе [1] доказано, что емкость Робэна является точной нижней границей искажения логарифмической емкости произвольного множества A при отображении функциями, представимыми в виде (1), то есть $d(f(A)) \geq \delta(A)$. Свойства монотонности емкости Робэна исследованы в [2]. Применение методов симметризации позволило решить ряд классических задач теории функций комплексного переменного (см., например, [3]). В связи с этим представляет интерес следующий вопрос: как изменится емкость Робэна множества A при поляризации области Ω?

Пусть Ω – область, определенная выше, причем множество A не изменяется при поляризации; Ω^* – поляризованная область, $\partial\Omega^* = A \cup B^*$; $\delta(A)$ – емкость Робэна множества A относительно Ω; $\delta^*(A)$ – емкость Робэна множества A относительно Ω^*. Справедлива следующая

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект N 98-01-00842.

Теорема. *Имеет место неравенство*

$$\delta(A) \geq \delta^*(A),$$

причем знак равенства достигается только тогда, когда $\Omega = \Omega^*$, то есть когда преобразование поляризации не изменяет множества B.

Литература

1. *Duren P.L., Schiffer M.M.* Robin functions and distortion of capacity under conformal mapping //Complex Variables. Theory and Appl. – 1993. – V. 21. – P. 189-196.

2. *Duren P., Pfaltzgraff J.* Robin functions and extremal length // J. of Math. Anal. and Appl. – 1993. – V. 179. – No. 1. – P. 110-119.

3. *Дубинин В.Н.* Симметризация в геометрической теории функций комплксного переменного //Успехи матем. наук. – 1994. – Т. 49. – N. 1. – С. 3-76.

О РЕШЕНИИ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ $S_mM - MS_m = I$ В ПРОСТРАНСТВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РОСТА

Карпов А.В.

Уфимский государственный авиационный технический университет

Пусть s – множество всех последовательностей $x = \{x_k\}_{k\in\mathbf{Z}}$, $x_k \in \mathbf{C}$. Если для некоторой последовательности $x \in s$ сумма $\sum\limits_{k\in\mathbf{Z}} |x_k| < \infty$, то говорят, что последовательность x суммируема к числу $a = \sum\limits_{k\in\mathbf{Z}} x_k$.

Для заданных вещественных $\rho > 1$ и $\sigma > 0$ рассмотрим банахово пространство

$$B_{\sigma\rho} = \{\{a_k\}_{k\in\mathbf{Z}} \in s : \sup_{k\in\mathbf{Z}} \frac{|a_k|}{e^{\sigma|k|^\rho}} < \infty\}$$

с нормой $||a||_\sigma = \sup\limits_{k\in\mathbf{Z}} \frac{|a_k|}{e^{\sigma|k|^\rho}}$. Введем в линейном пространстве $B_\rho = \cup_{\sigma>0} B_{\sigma\rho}$ топологию индуктивного предела. Полученное локально-выпуклое пространство называется *пространством последовательностей экспоненциального роста.* Сопряженным к пространству B_ρ будет